

## Методические указания

по выполнению контрольной работы по разделам 1-3 курса  
«Прикладная статистика и планирование эксперимента»

### Этап I. Определение номера варианта

Для определения номера варианта требуется создать новый файл табличного процессора Microsoft Excel, сохранив его под именем «ФамилияИмяОтчество.xls», где «Фамилия», «Имя» и «Отчество» – Ваши.

Имя первого рабочего листа «ФамилияИмяОтчество.xls» следует изменить на «вариант».

Перейдя на рабочий лист «вариант», в первом столбце следует, используя средства пакета анализа Microsoft Excel, получить выборку из 99 вариантов, подчиненных закону равномерной плотности на отрезке от 2 до 256 (рисунок 1).

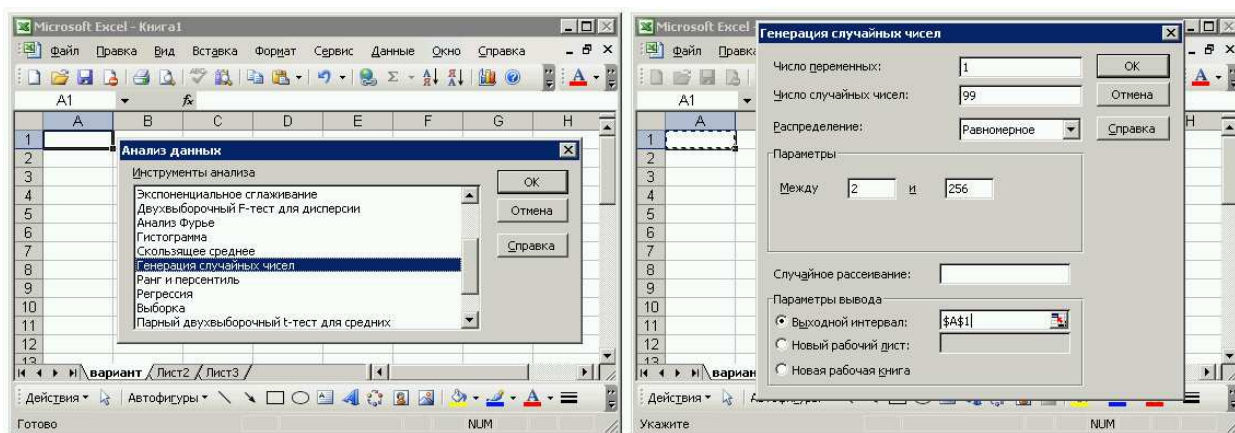


Рисунок 1 – Получение выборки, необходимой для определения  
номера варианта

Затем следует, рассматривая группу из двух последних цифр зачетной книжки как двузначное число, определить номер случайного числа (номер строки) и взять целую часть этого числа в качестве номера варианта. В рассматриваемом примере это будет вариант №143 (рисунок 2).

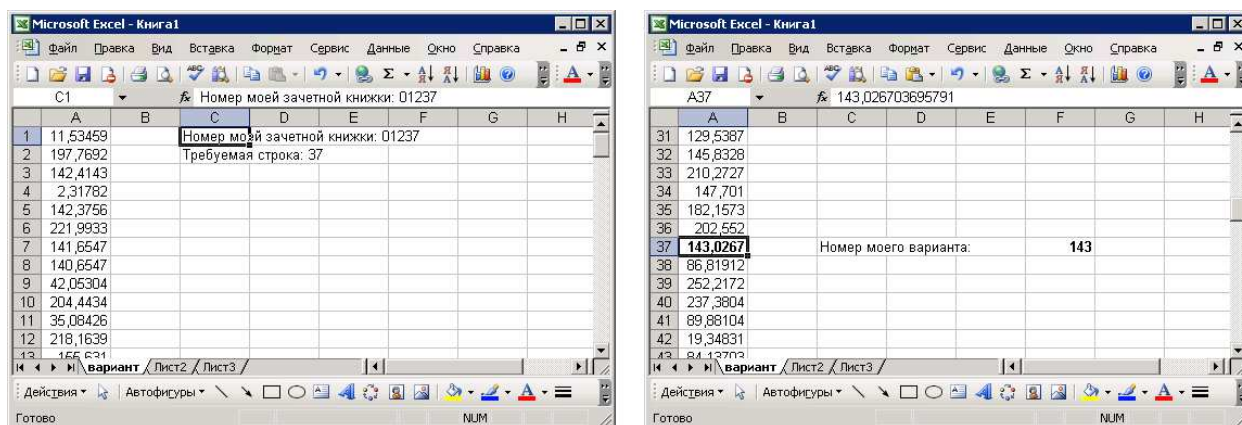


Рисунок 2 – Определение номера варианта.

## Этап II. Выполнение статистической обработки

Шаг 1. Сравнение неизвестных математических ожиданий (эффект постобработки).

Имя второго рабочего листа файла «ФамилияИмяОтчество.xls» следует изменить на «постобработка». В первые два столбца этого рабочего листа следует скопировать первый и  $k$ -й столбцы первого рабочего листа файла «source.xls», где  $k$  – номер Вашего варианта.

Рассматривая эти столбцы как выборки, дисперсии генеральных совокупностей которых неизвестных и не предполагаются равными, следует для этих выборок выполнить решение задачи сравнения неизвестных математических ожиданий. Методика решения изложена в Электронном курсе лекций (размещен на портале <https://learn.mgsu.ru>), рассмотрена в методических указаниях по курсу (размещены на портале <https://learn.mgsu.ru>) и была использована на практическом занятии №3 при решении задания №3 (портал <https://learn.mgsu.ru>).

С учетом равного объема выборок соотношения раздела 3.2 Электронного курса лекций (размещен на портале <https://learn.mgsu.ru>) упрощаются. Смешанная оценка дисперсии разности средних оказывается равной:

$$\begin{aligned}
D[\bar{x} - \bar{y}] &= \frac{1}{N_1 + N_2 - 2} \left( \frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right) \left( \sum_{i=1}^{N_1} (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{N_2} (y_i - \bar{y})^2 \right) = \\
&= \frac{1}{2N - 2} \left( \frac{2}{N} \right) ((N - 1)s_x^2 + (N - 1)s_y^2) = \\
&= \frac{2(N - 1)}{2(N - 1)N} (s_x^2 + s_y^2) = \frac{s_x^2 + s_y^2}{N},
\end{aligned} \tag{1}$$

где  $N$  – объемы выборок ( $N = 100$ ),  $s_x^2$  и  $s_y^2$  – оценки дисперсий:

$$s_x^2 = \frac{1}{N - 1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2, \quad s_y^2 = \frac{1}{N - 1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2, \tag{2}$$

где  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  – оценки математических ожиданий, для вычисления которых можно воспользоваться соответствующей статистической функцией рабочего листа Microsoft Excel. В локализованной версии это функция СРЗНАЧ( ), в не-локализованной – функция AVERAGE( ).

Для вычисления оценок (2) можно воспользоваться соответствующей статистической функцией рабочего листа Microsoft Excel. В локализованной версии это функция ДИСП( ), в нелокализованной – функция VAR( ).

Соотношение для эмпирического значения статистики остается прежним:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{D[\bar{x} - \bar{y}]}}. \tag{3}$$

Как и ранее, приближенно полагаем, что статистика (3) подчинена распределению Стьюдента с числом степеней свободы

$$k = \frac{\left( \frac{s_x}{N_1} + \frac{s_y}{N_2} \right)^2}{\frac{s_x^2}{N_1^2(N_1-1)} + \frac{s_y^2}{N_2^2(N_2-1)}} = \frac{\frac{1}{N^2}(s_x + s_y)^2}{\frac{s_x^2}{N^2(N-1)} + \frac{s_y^2}{N^2(N-1)}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{N^2}(s_x + s_y)^2}{\frac{1}{N^2(N-1)}(s_x^2 + s_y^2)} = \frac{(N-1)(s_x + s_y)^2}{s_x^2 + s_y^2}, \quad (4)$$

где  $s_x = \sqrt{s_x^2}$ ,  $s_y = \sqrt{s_y^2}$ .

Для двусторонней альтернативы  $M[X] \neq M[Y]$  вероятность критического события может быть найдена и использованием функций рабочего листа Microsoft Excel. В локализованной версии формула будет иметь вид =СТЮДРАСП(ABS(t);k;2), в нелокализованной =TDIST(ABS(t);k;2). Если найденная вероятность оказывается меньше выбранного уровня значимости (принять равным 0,05), то гипотеза о равенстве математических ожиданий должна быть отвергнута в пользу двусторонней альтернативы.

Функции рабочего листа Microsoft Excel, использованные для вычисления значений необходимых статистических показателей, приведены на рисунке 3.

|    | A                | B                | C                         | D                   |
|----|------------------|------------------|---------------------------|---------------------|
| 1  | 133,45542629878  | 139,681520072656 | 100                       | Объемы выборок      |
| 2  | 129,991632780104 | 139,675687937881 | =ДИСП(A1:A100)            | Оценка дисперсии по |
| 3  | 118,230348566896 | 139,954828914881 | =ДИСП(B1:B100)            | Оценка дисперсии по |
| 4  | 155,193600226368 | 145,64591811478  | =(C2+C3)/C1               | Смешанная оценка д  |
| 5  | 149,153691386629 | 118,994119480078 | =СРЗНАЧ(A1:A100)          | Оценка математичес  |
| 6  | 160,51182502025  | 155,774665022647 | =СРЗНАЧ(B1:B100)          | Оценка математичес  |
| 7  | 135,628578623538 | 123,366822213313 | =C2*0,5                   | Оценка стандартног  |
| 8  | 136,335972233894 | 117,881375449826 | =C3*0,5                   | Оценка стандартног  |
| 9  | 119,586200530932 | 148,493023066578 | =(C5-C6)/C4*0,5           | Эмпирическое значе  |
| 10 | 137,378133790946 | 130,715755408629 | =(C1-1)*(C7+C8)^2/(C2+C3) | Число степеней своб |
| 11 | 148,032113889087 | 156,615072233136 | =СТЮДРАСП(ABS(C9);C10;2)  | Вероятность критиче |
| 12 | 107,488715916872 | 140,948769977677 |                           |                     |

Рисунок 3 – Сравнение математических ожиданий средствами функций рабочего листа Microsoft Excel

Шаг 2. Сравнение неизвестных дисперсий (устойчивость технологического процесса).

Имя третьего рабочего листа файла «ФамилияИмяОтчество.xls» следует изменить на «устойчивость». В первые два столбца этого рабочего листа следует скопировать первый и  $k$ -й столбцы первого рабочего листа файла «source.xls», где  $k$  – номер Вашего варианта.

Рассматривая эти столбцы как выборки, следует для них выполнить решение задачи сравнения неизвестных дисперсий. Методика решения изложена в Электронном курсе лекций (размещен на портале <https://learn.mgsu.ru>), рассмотрена в методических указаниях по курсу (размещены на портале <https://learn.mgsu.ru>) и была использована на практическом занятии №3 при решении задания №4 (портал <https://learn.mgsu.ru>).

Учет равного объема выборок не приводит к значимому упрощению соотношений раздела 3.2 Электронного курса лекций (размещен на портале <https://learn.mgsu.ru>). Функции рабочего листа Microsoft Excel, использованные для вычисления значений необходимых статистических показателей (раздел 3.2), приведены на рисунке 4.

|   | A                | B                | C                      | D                             |
|---|------------------|------------------|------------------------|-------------------------------|
| 1 | 133,45542629878  | 139,681520072656 | 100                    | Объемы выборок                |
| 2 | 129,991632780104 | 139,675687937881 | =ДИСП(A1:A100)         | Оценка дисперсии $\sigma_1^2$ |
| 3 | 118,230348566896 | 139,954828914881 | =ДИСП(B1:B100)         | Оценка дисперсии $\sigma_2^2$ |
| 4 | 155,193600226368 | 145,64591811478  | =C2/C3                 | Эмпирическое значение $F$     |
| 5 | 149,153691386629 | 118,994119480078 | =2*FРАСП(C4;C1-1;C1-1) | Промежуточное значение $F$    |
| 6 | 160,51182502025  | 155,774865022647 | =ЕСЛИ(C5<1;C5;2-C5)    | Вероятность критического      |
| 7 | 135,678578673538 | 173,366877713313 |                        |                               |

Рисунок 4 – Сравнение дисперсий средствами функций рабочего листа Microsoft Excel

### Этап III. Выводы по результатам решения задачи и оформление решения

Пример выводов и оформления результатов первого шага второго этапа представлен на рисунке 5. Пример выводов и оформления результатов первого шага второго этапа представлен на рисунке 6.

|    | A        | B        |  |
|----|----------|----------|--|
|    |          |          | 100 Объемы выборок   |
| 1  | 133,4554 | 139,6815 | 250,0234 Оценка дисперсии первой выборки                               |
| 2  | 129,9916 | 139,6757 | 244,7946 Оценка дисперсии второй выборки                               |
| 3  | 118,2303 | 139,9548 | 4,94818 Смешанная оценка дисперсии разности средних                    |
| 4  | 155,1936 | 145,6459 | 136,0404 Оценка математического ожидания первой выборки                |
| 5  | 149,1537 | 118,9941 | 137,9332 Оценка математического ожидания второй выборки                |
| 6  | 160,5118 | 155,7747 | 15,81213 Оценка стандартного отклонения первой выборки                 |
| 7  | 135,6286 | 123,3668 | 15,64591 Оценка стандартного отклонения второй выборки                 |
| 8  | 136,336  | 117,8814 | 0,85091 Эмпирическое значение t-статистики                             |
| 9  | 119,5862 | 148,493  | 197,9945 Число степеней свободы t-статистики                           |
| 10 | 137,3781 | 130,7158 | 0,39585 Вероятность критического события для двусторонней альтернативы |
| 11 | 148,0321 | 156,6151 | 0,05 Выбранный волевым усилием уровень значимости                      |
| 12 | 107,4887 | 140,9483 | Вероятность критического события больше уровня значимости              |
| 13 | 133,2723 | 139,286  | Нет оснований отвергать гипотезу о равенстве математических ожиданий   |
| 14 | 107,8231 | 156,2042 | Смена технологического процесса ни к чему не приводит                  |
| 15 | 106,6755 | 146,9491 | Деньги на патент потрачены впустую                                     |
| 16 | 137,5285 | 125,6938 |  |
| 17 | 141,9049 | 135,571  |  |
| 18 | 136,5863 | 140,0684 |  |

Рисунок 5 – Выводы и оформление по шагу 1

|    | A        | B        |  |
|----|----------|----------|--|
|    |          |          | 100 Объемы выборок   |
| 1  | 133,4554 | 139,6815 | 250,0234 Оценка дисперсии первой выборки                                   |
| 2  | 129,9916 | 139,6757 | 244,7946 Оценка дисперсии второй выборки                                   |
| 3  | 118,2303 | 139,9548 | 1,02136 Эмпирическое значение F-статистики                                 |
| 4  | 155,1936 | 145,6459 | 0,916472 Промежуточное значение  |
| 5  | 149,1537 | 118,9941 | 0,916472 Вероятность критического события для двусторонней альтернативы    |
| 6  | 160,5118 | 155,7747 | 0,05 Выбранный волевым усилием уровень значимости                          |
| 7  | 135,6286 | 123,3668 | Вероятность критического события больше уровня значимости                  |
| 8  | 136,336  | 117,8814 | Нет оснований отвергать гипотезу о равенстве дисперсий                     |
| 9  | 119,5862 | 148,493  | Купленный патент хотя бы не ухудшил устойчивость технологического процесса |
| 10 | 137,3781 | 130,7158 |  |
| 11 | 148,0321 | 156,6151 |  |
| 12 | 107,4887 | 140,9483 |  |
| 13 | 133,2723 | 139,286  |  |
| 14 | 107,8231 | 156,2042 |  |
| 15 | 106,6755 | 146,9491 |  |
| 16 | 137,5285 | 125,6938 |  |
| 17 | 141,9049 | 135,571  |  |
| 18 | 136,5863 | 140,0684 |  |

Рисунок 6 – Выводы и оформление по шагу 2

Полученный файл «ФамилияИмяОтчество.xls» следует штатными средствами сделать доступными для преподавателя, который в Вашей учебной группе выполняет текущий контроль.