Построение однофакторной линейной регрессии y = a + bx средствами табличных процессоров MS Excel 2003 (русская локализация), MS Excel 2013 и GNUmeric.

Пусть экспериментальные данные (*x<sub>u</sub>*, *y<sub>u</sub>*) помещены в столбцы диапазона A2:B5.



Вычислим суммы, входящие в нормальную систему как коэффициенты и свободные члены. Для двух из этих сумм потребуются вспомогательные значения  $x_u^2$  и  $x_u y_u$ . Записываем в ячейки C2 и D2 формулы для их нахождения, выделяем блок C2:D2 и перемещаем маркер автозаполнения на три строки вниз.



Составляем матрицу коэффициентов нормальной системы.

Part		_					: 2	) <u>Ф</u> айл	Правка Вид	Вст <u>а</u> вка	Фор <u>м</u> ат Се	2		
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $			) <u>Ф</u> айл Правка <u>В</u>	ид Вст <u>а</u> вка Фор <u>м</u> ат	Сервис Данные Окно	о <u>С</u> правка	8	) 💕 🔒	🔒 🖪 🖪	1 🍄 📖 1	አ 🗈 📇 •			
B8 $k$ C       D         1       x       y       x²       xy         2       3       2       32       4       6.4         3       2       32       a.42       a.472       a.4783         4       3       4.9       a.442       a.4783       a.4656       16       22         6       4       5.5       a.462       a.4783       a.4672       a.4783       a.4       5.6       16       22         7       6       4       5.5       a.462       a.4783       a.4       5.6       16       22         8       4       0       10       30       16.5       16       22       17       16		10	) 💕 🚽 💪 🖾	3, 1 🍣 🛍   🐰 🗈 健	s = 🛷   19 = (21 =   🧕	§Σ - A   A   []		B8	-	fx =CYMN	1(A2:A5)			
A       B       C       V			B8 🔻	<i>f</i> ∗ =CYMM(A2:A5)				A	В	С	D			
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $			A	В	C	D	1	x	у	x^2	х*у			
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $			<b>X</b>	<b>y</b>	X''2 - ADAD	X^Y - AO*PO	2		1 2.9	9 1	2.9			
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		3	2	3.2	=A2*2 =A3*2	=A2 B2	3		2 3.2	2 4	6.4			
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		4	3	4.9	=A4^2	=A4*B4	4	_	3 4.9	9 9	14.7			
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		5	4	5.5	=A5^2	=A5*B5	5		4 5.5	5 16	22			
7 $4$ $C$ $C$ $M$ $B$ $4$ $10$ $16.5$ $9$ $10$ $30$ $46$ $9$ $10$ $30$ $46$ $10$ $30$ $46$ $10$		6					6							
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		7					4		4 40	1	40.5			
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		8	4	=CYMM(A2:A5)	_!	=CYMM(B2:B5)	0	-	4 IU 10 20		16.5			
FILEHOMEINSERTPAGE LAYOUTFORMULASDATARVIEWArial Cyr10Arial Cyr10ParteFormat PainterFormat PainterC more format PainterFormat PainterFormat PainterFormat PainterFormat PainterFormat PainterCDABCDABCDABFormat PainterArial CyrArial CyrArial CyrABCDABCDABCArial CyrABACCAArial CyrArial CyrArial CyrArial CyrABBABCCABABABA <th <="" colspan="2" td=""><td></td><td>9</td><td>-00</td><td>=C YMM(C2:C5)</td><td></td><td>=C YMIM(D2:D5)</td><td></td><td></td><td>10 30</td><td>1</td><td>40</td><td></td></th>	<td></td> <td>9</td> <td>-00</td> <td>=C YMM(C2:C5)</td> <td></td> <td>=C YMIM(D2:D5)</td> <td></td> <td></td> <td>10 30</td> <td>1</td> <td>40</td> <td></td>			9	-00	=C YMM(C2:C5)		=C YMIM(D2:D5)			10 30	1	40	
A1       *       X       A       B       C       D         1       x       y       x <sup>2</sup> x <sup>y</sup> 2       1       2.9       1 </th <th>Pa</th> <th>FILE</th> <th>HOME INS</th> <th>Arial Cyr 1 B I U - Font</th> <th></th> <th>DATA REVIEW</th> <th>hTH n</th> <th>FILE Paste</th> <th>HOME 6 Cut 1 Copy - 7 Format Pai 1 ipboard</th> <th>INSERT Aria</th> <th>PAGE LA</th> <th>10 - 10 - 10 - 10</th>	Pa	FILE	HOME INS	Arial Cyr 1 B I U - Font		DATA REVIEW	hTH n	FILE Paste	HOME 6 Cut 1 Copy - 7 Format Pai 1 ipboard	INSERT Aria	PAGE LA	10 - 10 - 10 - 10		
A       B       C       D         1       x       y       x <sup>2</sup> x <sup>3</sup> y         2       1       2.9 $A2^{2}2$ $A2^{2}B2$ 3       2       3.2       3.2       3.2       3.2       3.2       4.6.4         4       3       4.9 $A4^{2}2$ $AA^{2}B3$ 3       2       3.2       4       6.4         6 $A^{2}B2$ $A^{2}B3$ 3       2       3.2       4       6.4         6 $A^{2}B3$	A	1		< √ <i>f</i> x x			- [	A1	*	$\times$	$\sqrt{-f_x}$	×		
A       B       Y       x*y       1       x       y       x*2       x*y         2       1       2.9       =A2*2       =A2*82       3       2       3.2       4       6.4         4       3       4.9       =A4*2       =A4*84       4       3       4.9       9       1.4.7         5       4       5.5       =A6*2       =A3*83       3       2       3.2       4       6.4         5       4       5.5       =A6*2       =A5*85       5       4       5.5       16       22         6       7       7       6       7 <t< td=""><td></td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td>D</td><td></td><td></td><td>A E</td><td>3 (</td><td>) (</td><td>o I</td></t<>			0		0	D			A E	3 (	) (	o I		
Image: Normal condition of the second conditio	4		A		U	U	- 1	1 ×	v	x^2	x*v			
$3$ $2$ $3.2$ $-A.2^{-2}$ $-A.2^{-2}$ $-A.2^{-2}$ $3.2$ $3.2$ $4.6.4$ $4$ $3$ $4.9$ $=A.4^{-2}$ $=A.3^{+}B3$ $3$ $2$ $3.2$ $4$ $6.4$ $4$ $3$ $4.9$ $=A.4^{+}2$ $=A.4^{+}B4$ $4$ $3$ $4.9$ $9$ $14.7$ $5$ $4$ $5.5$ $=A.6^{+}2$ $=A.4^{+}B4$ $5$ $4$ $5.5$ $16$ $22$ $8$ $4$ $=SUM(A2:A5)$ $=SUM(B2:B5)$ $8$ $4$ $10$ $16.5$ $9$ $=B8$ $=SUM(C2:C5)$ $=SUM(D2:D5)$ $9$ $10$ $30$ $46$ $A$ $B$ $C$ $D$ $A$ <td< td=""><td></td><td>1</td><td></td><td><b>y</b> no</td><td>8°2 = 8000</td><td>X Y — AD*PD</td><td>- 1</td><td>2</td><td>1</td><td>2.9</td><td>1</td><td>2.9</td></td<>		1		<b>y</b> no	8°2 = 8000	X Y — AD*PD	- 1	2	1	2.9	1	2.9		
3 $4$ $3$ $4$	2	1		2.9	-A2^2	-AZ DZ		3	2	32	4	6.4		
4       5       4.9 $AA^{2}2$ $AA^{2}B4$ $aB^{2}B4$ </td <td>3</td> <td>2</td> <td></td> <td>3.2</td> <td>=A3*2</td> <td>=A3*B3</td> <td></td> <td>1</td> <td>3</td> <td>1.0</td> <td>q</td> <td>14.7</td>	3	2		3.2	=A3*2	=A3*B3		1	3	1.0	q	14.7		
5       4       5.5       =A6*2       =A6*2 <td>4</td> <td>3</td> <td></td> <td>4.9</td> <td>=A4*2</td> <td>=A4^B4</td> <td></td> <td>4 Σ</td> <td>J 4</td> <td>4.5 E E</td> <td>10</td> <td>14.7</td>	4	3		4.9	=A4*2	=A4^B4		4 Σ	J 4	4.5 E E	10	14.7		
	5	4		5.5	=A5/2	=A5^85		0	4	5.5	10	22		
$7 \\ 9 \\ 9 \\ = B8$ =SUM(A2:A5) = SUM(B2:B5) = SUM(D2:D5) $7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 10 \\ 30 \\ 10 \\ 30 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 46 \\ 8 \\ 4 \\ 10 \\ 16.5 \\ 9 \\ 10 \\ 30 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10$	5							5						
$\circ$ $4$ $=$ SUM(C2:C5)      <		4		-0104/00.05				/		40		10.5		
3 = B3 $= SOM(02:05)$ $= SOM(02:05)$ $9$ $10$ $30$ $46$ File Edit View Insert Format Tools Statistics Data Help         Arial Cyr $10$ $a$	8	4		=SUM(A2:A5)		=SUM(B2:B5)		8	4	10		16.5		
File       Edit       View       Insert       Format       Tools       Statistics       Data       Help         Arial Cyr       10       a	9	=88	-	=SUM(C2:C5)		=SUM(D2:D5)		9	10	30		46		
B8       Image: Second system       Second system       B8       Image: Second system       B8       Image: Second system       <	File E Arial	Edit Cyr	View Insert	Format Tools	Statistics Data	a Help	5	File E Arial (	dit View Cyr 10	Insert	Format	Tools		
A         B         C         D         A         B         C         D           1         x         y         x^2         x*y         1         x         y         x^2         x*y           2         1         2.9         =A2^2         =A2*B2         2         1         2.9         1         2.9           3         2         3.2         =A3^2         =A3*B3         3         2         3.2         4         6.4           4         3         4.9         =A4^2         =A4*B4         4         3         4.9         9         14.7           5         4         5.5         =A5^2         =A5*B5         5         4         5.5         16         22           6         7         <	B8		°°	× ∉ - =	= = sum(A2:A5	5)		B8		**	× 4	* =		
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $			А	В	С	D	T,		A	В	С	D		
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1	x		У	x^2	x*y		1	x	У	x^2	x*y		
3       2       3.2       =A3^2       =A3*B3       3       2       3.2       4       6.4         4       3       4.9       =A4*2       =A4*84       4       3       4.9       9       14.7         5       4       5.5       =A5*2       =A5*85       5       4       5.5       16       22         6	2	_	1	2.9	9 = A2^2	=A2*B2	_	2	1	2.9	1	2.9		
4       3       4.9 = A4^2       =A4*84       4       3       4.9       9       14.7         5       4       5.5       =A5*2       =A5*85       5       4       5.5       16       22         6       6       7       7       7       7       16.5       16.5         9       =88       =sum(A2:A5)       =sum(B2:B5)       9       10       30       46	3	_	2	3.2	2 =A3^2	=A3*B3	_	3	2	3.2	4	6.4		
5       4       5.5       =A5^2       =A5*B5       5       4       5.5       16       22         6       6       7       7       7       7       7       7       7       16.5 <t< td=""><td>4</td><td>_</td><td>3</td><td>4.9</td><td>9 = A4^2</td><td>=A4*B4</td><td>_</td><td>4</td><td>3</td><td>4.9</td><td>9</td><td>14.7</td></t<>	4	_	3	4.9	9 = A4^2	=A4*B4	_	4	3	4.9	9	14.7		
6     6       7     7       8     4       9     =88       =sum(C2:C5)     =sum(D2:D5)       9     10       30     46	5	_	4	5.5	5 = A5^2	=A5*B5		5	4	5.5	16	22		
7     7     7       8     4=sum(A2:A5)     =sum(B2:B5)       9     =B8     =sum(C2:C5)       9     10     30	6						[	6						
8         4         = sum(A2:A5)         = sum(B2:B5)         8         4         10         16.5           9         = 88         = sum(C2:C5)         = sum(D2:D5)         9         10         30         46	7	_			_			7						
9 =B8 =sum(C2:C5) =sum(D2:D5) 9 10 30 46	8	_	4	=sum(A2:A5)		=sum(B2:B5)	_ [	8	4	10		16.5		
	9	= E	18	=sum(C2:C5)		=sum(D2:D5)		9	10	30		46		

Находим вектор искомых параметров как произведение

$(a)_{-}$	( 4	$10^{-1}$	(16,5)
$(b)^{-}$	(10	30)	$\left( 46 \right)^{\cdot}$

Для обращения матрицы коэффициентов выделяем соответствующий размеру результата диапазон A11:B12 от ячейки A11, вводим формулу =MOEP(A8:B9) (или =MINVERSE(A8:B9)) и завершаем ввод формулы комбинацией Ctrl+Shift+Enter. Для вычисления произведения матриц выделяем соответствующий размеру результата диапазон D11:D12 от ячейки D11, вводим формулу =MYMHOж(A11:B12;D8:D9) (или =MMULT(A11:B12;D8:D9)) и завершаем ввод формулы комбинацией Ctrl+Shift+Enter.



Искомая модель: y = 1,75 + 0,95x.

Для визуализации результатов можно табулировать полученную функцию на густой сетке. Исходная сетка имела шаг, равный единице. Поместим узловые значения густой сетки (например, с шагом 0,1) в ячейки А16:А46. Для этого введем два первых значения 1 и 1,1 в ячейки А16 и А17, выделим диапазон А16:А17 и переместим маркер автозаполнения до ячейки А46. Эмпирические значения отклика поместим в ячейки В16, В26, В36 и В46. Поместим в ячейку С16 формулу =\$D\$11+\$D\$12\*A16 и переместим маркер автозаполнения до ячейки С46.

:2	)⊈айл П	равка <u>В</u> и	д Вст,	авка Фо	р <u>м</u> ат С <u>е</u> рв	FIL	E HOI	ME INS	SERT P	AGE LAYOU	F FORML	ILAS									
	) 💕 🗔 (	2 3	ABC	K L	📭 📳 • <	ک ا	X Cut														
	C16	-	f <sub>x</sub> =	\$D\$11+\$I	D\$12*A16				Arial Cyr	*	LO Y A A	-	File E	dit View	/ Insert	Format	Tools S	Statistics	s Data	Help	
	A	В		c l	D	Paste	e 🍼 Form		BIL	J - 🖽 -	🖏 - 🔥	• =				-					
1	×	v	x^2	с Х*1	v	- ·	- Furri	iat Pairiter		_			Arial C	Cyr 10	a a	: <u>a</u>			+A+		
2	· ·	1 2	.9	1	2.9		Clipboard	1 54		Font		Fai I									
3	2	2 3	.2	4	6.4	C16	,	- : )	< ./	$f_x = $	D\$11+SD\$12	*A16	C16		°	🗶 🖑		=\$D\$	11+\$D\$	12*A16	
4	3	3 4	.9	9	14.7	010						1 120	L		-						_
5	1	1 5	.5	16	22		A	В	С	D	E	F		A	B	C	D	E	F	G	Τ
6						1 x	<u>د</u> ا	Y	x^2	х*у			1	x	У	x^2	x*y		Î	-	T
7						2	1	2.9	1	2.9			2	1	2.9	1	2.9				
8	4	1	10		16.5	- 3	2	3.2	4	0.4			3	2	3.2	4	6.4				_
9	10	) :	30		46	5	4	4.5	16	22			4	3	4.9	9	14.7				+
10						6		0.0					5	4	5.5	16	22				+
11	1.5	5 -0	.5		1.75	7							7	-							+
12	-0.5	5 0	.2		0.95	8	4	10		16.5			8	Δ	10		16.5		-		+
13						9	10	30		46			9	10	30		46				+
14						10							10	10			+0				t
15						- 11	1.5	-0.5		1.75			11	1.5	-0.5		1.75				t
16		1 2	.9	2.7		12	-0.5	0.2		0.95			12	-0.5	0.2		0.95				
17	1.1	1		2.795		1.1							13	]							
18	13	,		2 89		15							14								_
19	1.3	3		2 985		16	1	2.9	2.7				15			(	1				+
20	1.4	1		3.08		17	1.1		2.795				17	1	2.9	2.700					+
21	1.5	5		3.175		18	1.2		2.89				18	1.1		2.795					+
22	1.6	i		3.27		19	1.3		2.985				19	1.2		2.030					+
23	1.2	7		3 365		- 20	1.4		3.08				20	1.4		3.080					+
24	1.8	3		3.46		- 21	1.5		3.175				21	1.5		3.175					Ť
25	1.9	3		3 555		- 22	1.0		3.27				22	1.6		3.270					T
26		2 3	2	3.65		23	1.7		3.305				23	1.7		3.365					
27	2.	1		3.745		25	1.9		3.555				24	1.8		3.460					_
28	2.2	2		3.84		26	2	3.2	3.65				25	1.9		3.555					+
29	2.3	3		3.935		27	2.1		3.745				20	2	3.2	3.650					+
30	24	1		4.03		28	2.2		3.84				28	2.1		3.745					+
31	2.5	5		4.125		- 29	2.3		3.935				29	2.3		3.935					+
32	2.6	6		4.22		- 30	2.4		4.03				30	2.4		4.030					t
33	2.7	7		4.315		32	2.5		4.125				31	2.5		4.125					Ť
34	28	3		4.41		33	2.0		4.22				32	2.6		4.220					Τ
35	2.9	3		4.505		34	2.8		4.41				33	2.7		4.315					
36	3	3 4	.9	4.6		35	2.9		4.505				34	2.8		4.410					+
37	3.1	1		4.695		36	3	4.9	4.6				35	2.9		4.505					+
38	30	>		4 79		37	3.1		4.695				27	3	4.9	4.600					+
39	3.3	3		4.885		- 38	3.2		4.79				38	3.1		4.095			-	-	+
40	3.4	1		4.98		- 39	3.3		4.885				39	3.3		4,885					+
41	3.5	5		5.075		40	3.4		4.98				40	3.4		4.980					t
42	3.6	6		5.17		42	3.6		5.17				41	3.5		5.075					
43	3.7	7		5.265		43	3.7		5.265				42	3.6		5.170					_
44	3.8	3		5.36		44	3.8		5.36				43	3.7		5.265					
45	3.9	9		5.455		45	3.9		5.455				44	3.8		5.360					+
46	4	1 5	5	5.55		46	4	5.5	5.55				45	3.9		5.455					+
1						- 47							40	4	5.5	5.550					

Выделяем диапазон A16:C46. Для MS Excel 2003 из меню «Вставка» выбираем «Диаграмма», далее «Точечная».



Для MS Excel 2013 на ленте «Insert» выбираем «Scatter Chart».

IN	SERT	PAGE LAYO	UT FOF	RMULAS	DATA	REVIEW	VIEW								
nded Ies	Table	Pictures Or Pict	line Shapes	SmartArt	Screenshot	Apps for Office *	Recommended Charts	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •		★ • ìì •	PivotChart	Power View	Line	Col	
			Illustra	tions		Apps		Cha	Scat	ter		S		Spar	
	×	$f_{x}$													
1	С	D	E	F	G	H	I	J		Sca	tter			n	
2,9 3,2	x^2	x*y 1 2 4 6	,9 ,4						2	Use • Co valu	this chart typ ompare at lea les or pairs of	oe to: st two set data.	s of		
49		9 14	7						Bub	• Sh	ow relations	nips betwe	een sets		
5,5		16 2	22						0	of v Use • Th	alues it when: ie data repres	ents sepa	rate		
10		16	,5							mea	asurements.				

Для GNUmeric из меню «Insert» выбираем «Chart», далее «XY»; необходимо также скорректировать диапазон данных для второго ряда (на снимке экрана stepN – имя рабочего листа с диапазоном данных, подлежащих визуализации).



