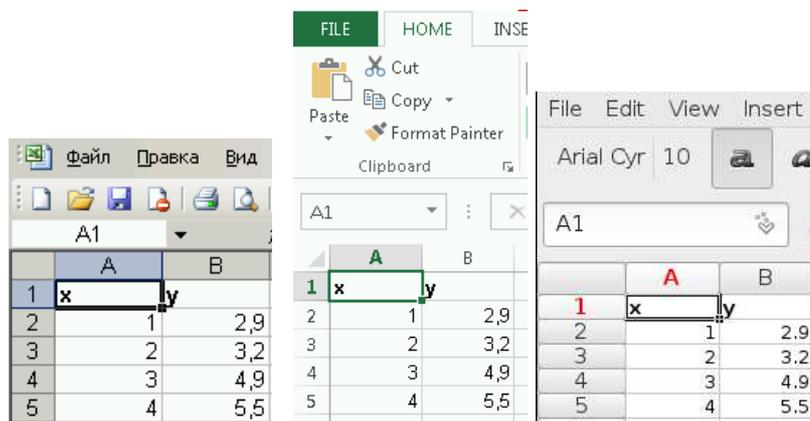
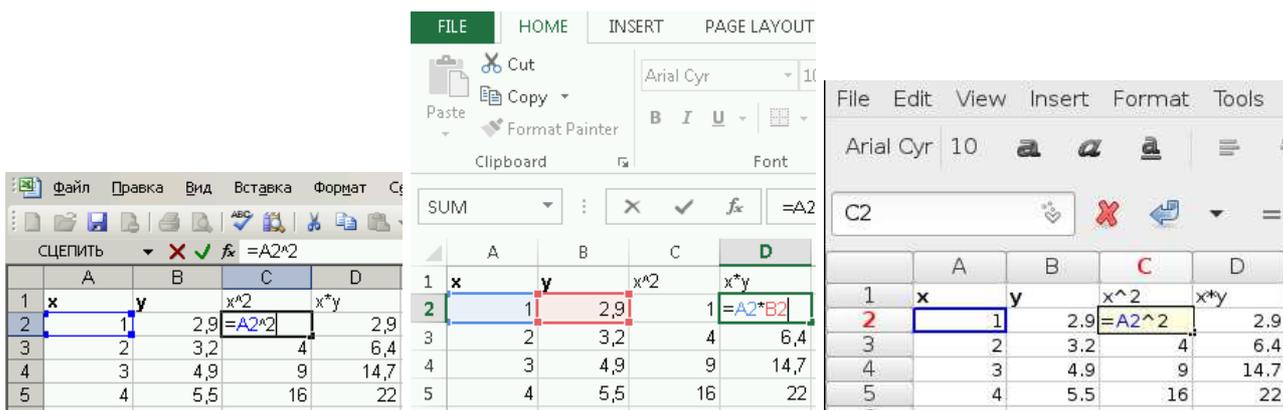


Построение однофакторной линейной регрессии $y = a + bx$ средствами табличных процессоров MS Excel 2003 (русская локализация), MS Excel 2013 и GNUMERIC.

Пусть экспериментальные данные (x_u, y_u) помещены в столбцы диапазона A2:B5.



Вычислим суммы, входящие в нормальную систему как коэффициенты и свободные члены. Для двух из этих сумм потребуются вспомогательные значения x_u^2 и $x_u y_u$. Записываем в ячейки C2 и D2 формулы для их нахождения, выделяем блок C2:D2 и перемещаем маркер автозаполнения на три строки вниз.



Составляем матрицу коэффициентов нормальной системы.

| | A | B | C | D |
|---|-----|--------------|----------------|--------|
| 1 | x | y | x ² | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | =A2^2 | =A2*B2 |
| 3 | 2 | 3.2 | =A3^2 | =A3*B3 |
| 4 | 3 | 4.9 | =A4^2 | =A4*B4 |
| 5 | 4 | 5.5 | =A5^2 | =A5*B5 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | =СУММ(A2:A5) | =СУММ(B2:B5) | |
| 9 | =B8 | =СУММ(C2:C5) | =СУММ(D2:D5) | |

| | A | B | C | D |
|---|-----|--------------|----------------|--------|
| 1 | x | y | x ² | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | =A2^2 | =A2*B2 |
| 3 | 2 | 3.2 | =A3^2 | =A3*B3 |
| 4 | 3 | 4.9 | =A4^2 | =A4*B4 |
| 5 | 4 | 5.5 | =A5^2 | =A5*B5 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | =СУММ(A2:A5) | =СУММ(B2:B5) | |
| 9 | =B8 | =СУММ(C2:C5) | =СУММ(D2:D5) | |

| | A | B | C | D |
|---|-----|-------------|----------------|--------|
| 1 | x | y | x ² | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | =A2^2 | =A2*B2 |
| 3 | 2 | 3.2 | =A3^2 | =A3*B3 |
| 4 | 3 | 4.9 | =A4^2 | =A4*B4 |
| 5 | 4 | 5.5 | =A5^2 | =A5*B5 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | =sum(A2:A5) | =sum(B2:B5) | |
| 9 | =B8 | =sum(C2:C5) | =sum(D2:D5) | |

Находим вектор искомых параметров как произведение

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 30 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 16,5 \\ 46 \end{pmatrix}.$$

Для обращения матрицы коэффициентов выделяем соответствующий размеру результата диапазон A11:B12 от ячейки A11, вводим формулу =МОБР(A8:B9) (или =MINVERSE(A8:B9)) и завершаем ввод формулы комбинацией Ctrl+Shift+Enter. Для вычисления произведения матриц выделяем соответствующий размеру результата диапазон D11:D12 от ячейки D11, вводим формулу =МУМНОЖ(A11:B12;D8:D9) (или =MMULT(A11:B12;D8:D9)) и завершаем ввод формулы комбинацией Ctrl+Shift+Enter.

| | A | B | C | D |
|----|--------------|--------------|-------|------------------------|
| 1 | x | y | x^2 | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | =A2^2 | =A2*B2 |
| 3 | 2 | 3.2 | =A3^2 | =A3*B3 |
| 4 | 3 | 4.9 | =A4^2 | =A4*B4 |
| 5 | 4 | 5.5 | =A5^2 | =A5*B5 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | =СУММ(A2:A5) | | =СУММ(B2:B5) |
| 9 | =B8 | =СУММ(C2:C5) | | =СУММ(D2:D5) |
| 10 | | | | |
| 11 | =МОБР(A8:B9) | =МОБР(A8:B9) | | =МУМНОЖ(A11:B12;D8:D9) |
| 12 | =МОБР(A8:B9) | =МОБР(A8:B9) | | =МУМНОЖ(A11:B12;D8:D9) |

| | A | B | C | D |
|----|------|------|-----|------|
| 1 | x | y | x^2 | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | 1 | 2.9 |
| 3 | 2 | 3.2 | 4 | 6.4 |
| 4 | 3 | 4.9 | 9 | 14.7 |
| 5 | 4 | 5.5 | 16 | 22 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | 10 | | 16.5 |
| 9 | 10 | 30 | | 46 |
| 10 | | | | |
| 11 | 1.5 | -0.5 | | 1.75 |
| 12 | -0.5 | 0.2 | | 0.95 |

| | A | B | C | D |
|----|------------------|------------------|-------|-----------------------|
| 1 | x | y | x^2 | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | =A2^2 | =A2*B2 |
| 3 | 2 | 3.2 | =A3^2 | =A3*B3 |
| 4 | 3 | 4.9 | =A4^2 | =A4*B4 |
| 5 | 4 | 5.5 | =A5^2 | =A5*B5 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | =SUM(A2:A5) | | =SUM(B2:B5) |
| 9 | =B8 | =SUM(C2:C5) | | =SUM(D2:D5) |
| 10 | | | | |
| 11 | =MINVERSE(A8:B9) | =MINVERSE(A8:B9) | | =MMULT(A11:B12;D8:D9) |
| 12 | =MINVERSE(A8:B9) | =MINVERSE(A8:B9) | | =MMULT(A11:B12;D8:D9) |

| | A | B | C | D |
|----|------|------|-----|------|
| 1 | x | y | x^2 | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | 1 | 2.9 |
| 3 | 2 | 3.2 | 4 | 6.4 |
| 4 | 3 | 4.9 | 9 | 14.7 |
| 5 | 4 | 5.5 | 16 | 22 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | 10 | | 16.5 |
| 9 | 10 | 30 | | 46 |
| 10 | | | | |
| 11 | 1.5 | -0.5 | | 1.75 |
| 12 | -0.5 | 0.2 | | 0.95 |

| | A | B | C | D |
|----|--------------------|--------------------|-------|-------------------------|
| 1 | x | y | x^2 | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | =A2^2 | =A2*B2 |
| 3 | 2 | 3.2 | =A3^2 | =A3*B3 |
| 4 | 3 | 4.9 | =A4^2 | =A4*B4 |
| 5 | 4 | 5.5 | =A5^2 | =A5*B5 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | =sum(A2:A5) | | =sum(B2:B5) |
| 9 | =B8 | =sum(C2:C5) | | =sum(D2:D5) |
| 10 | | | | |
| 11 | {=minverse(A8:B9)} | {=minverse(A8:B9)} | | {=mmult(A11:B12;D8:D9)} |
| 12 | {=minverse(A8:B9)} | {=minverse(A8:B9)} | | {=mmult(A11:B12;D8:D9)} |

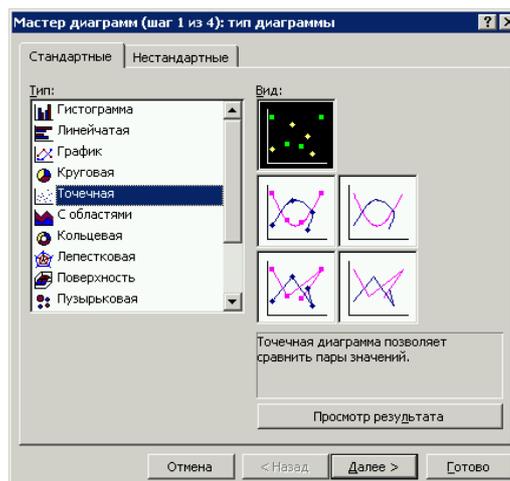
| | A | B | C | D |
|----|------|------|-----|------|
| 1 | x | y | x^2 | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | 1 | 2.9 |
| 3 | 2 | 3.2 | 4 | 6.4 |
| 4 | 3 | 4.9 | 9 | 14.7 |
| 5 | 4 | 5.5 | 16 | 22 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | 10 | | 16.5 |
| 9 | 10 | 30 | | 46 |
| 10 | | | | |
| 11 | 1.5 | -0.5 | | 1.75 |
| 12 | -0.5 | 0.2 | | 0.95 |

Искомая модель: $y = 1,75 + 0,95x$.

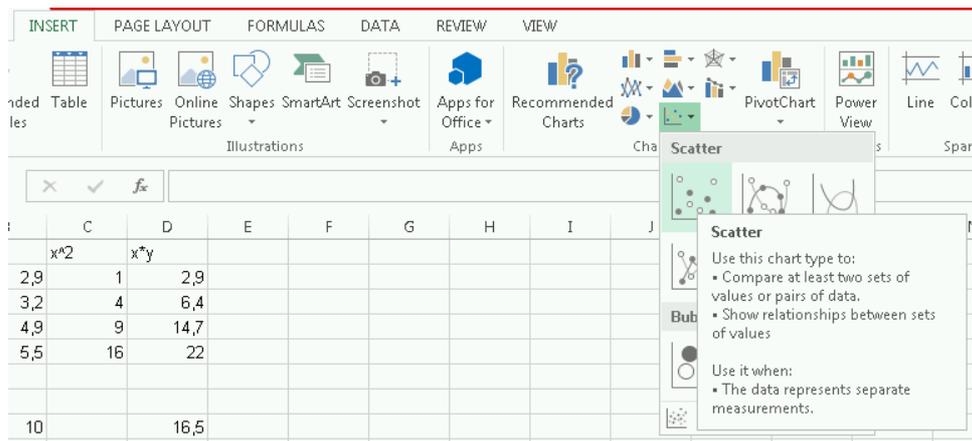
Для визуализации результатов можно табулировать полученную функцию на густой сетке. Исходная сетка имела шаг, равный единице. Поместим узловые значения густой сетки (например, с шагом 0,1) в ячейки A16:A46. Для этого введем два первых значения 1 и 1,1 в ячейки A16 и A17, выделим диапазон A16:A17 и переместим маркер автозаполнения до ячейки A46. Эмпирические значения отклика поместим в ячейки B16, B26, B36 и B46. Поместим в ячейку C16 формулу $=\$D\$11+\$D\$12*A16$ и переместим маркер автозаполнения до ячейки C46.

| | A | B | C | D |
|----|------|------|-------|------|
| 1 | x | y | x^2 | x*y |
| 2 | 1 | 2.9 | 1 | 2.9 |
| 3 | 2 | 3.2 | 4 | 6.4 |
| 4 | 3 | 4.9 | 9 | 14.7 |
| 5 | 4 | 5.5 | 16 | 22 |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | 4 | 10 | | 16.5 |
| 9 | 10 | 30 | | 46 |
| 10 | | | | |
| 11 | 1.5 | -0.5 | | 1.75 |
| 12 | -0.5 | 0.2 | | 0.95 |
| 13 | | | | |
| 14 | | | | |
| 15 | | | | |
| 16 | 1 | 2.9 | 2.7 | |
| 17 | 1.1 | | 2.795 | |
| 18 | 1.2 | | 2.89 | |
| 19 | 1.3 | | 2.985 | |
| 20 | 1.4 | | 3.08 | |
| 21 | 1.5 | | 3.175 | |
| 22 | 1.6 | | 3.27 | |
| 23 | 1.7 | | 3.365 | |
| 24 | 1.8 | | 3.46 | |
| 25 | 1.9 | | 3.555 | |
| 26 | 2 | 3.2 | 3.65 | |
| 27 | 2.1 | | 3.745 | |
| 28 | 2.2 | | 3.84 | |
| 29 | 2.3 | | 3.935 | |
| 30 | 2.4 | | 4.03 | |
| 31 | 2.5 | | 4.125 | |
| 32 | 2.6 | | 4.22 | |
| 33 | 2.7 | | 4.315 | |
| 34 | 2.8 | | 4.41 | |
| 35 | 2.9 | | 4.505 | |
| 36 | 3 | 4.9 | 4.6 | |
| 37 | 3.1 | | 4.695 | |
| 38 | 3.2 | | 4.79 | |
| 39 | 3.3 | | 4.885 | |
| 40 | 3.4 | | 4.98 | |
| 41 | 3.5 | | 5.075 | |
| 42 | 3.6 | | 5.17 | |
| 43 | 3.7 | | 5.265 | |
| 44 | 3.8 | | 5.36 | |
| 45 | 3.9 | | 5.455 | |
| 46 | 4 | 5.5 | 5.55 | |
| 47 | | | | |

Выделяем диапазон A16:C46. Для MS Excel 2003 из меню «Вставка» выбираем «Диаграмма», далее «Точечная».



Для MS Excel 2013 на ленте «Insert» выбираем «Scatter Chart».



Для GNUMERIC из меню «Insert» выбираем «Chart», далее «XY»; необходимо также скорректировать диапазон данных для второго ряда (на снимке экрана stepN – имя рабочего листа с диапазоном данных, подлежащих визуализации).

